Kansverdeling in het Kenospel

Leon Lenders, Bree

Het Kenospel is net zoals de Lotto, Joker en Euromillions een trekkingsspel van de Nationale Loterij. In maart 2008 zijn de regels van het Kenospel gewijzigd. In plaats van uit 80 getallen worden er nu 20 getallen getrokken uit slechts 70 getallen. Ook het aantal aan te kruisen getallen en de bijbehorende winsttabel zijn gevoelig aangepast.

Op een deelnemingsformulier moet de speler uit een rooster met 70 getallen er een aantal aankruisen. Het eigenaardige aan dit spel is nu dat men voor dezelfde inzet (1euro per rooster) de keuze heeft om 2, 3, 4 tot 10 getallen aan te kruisen. Onderaan de winsttabel (zie verder) kan men lezen dat de kans om te winnen met een bepaald aantal aangekruiste getallen gevoelig verschillend is. Met bijvoorbeeld 8 aangekruiste getallen heeft men 1 kans op 10,58 om te winnen en met 6 aangekruiste getallen heeft men slechts 1 kans op 4,51 om te winnen. Toch zijn er waarschijnlijk spelers die 6 getallen aankruisen. En waarom speelt niet iedereen met 4 aangekruiste getallen want dan is de kans 1 op 3,11? De reden is dat deze kansen helemaal geen rekening houden met het bedrag dat men kan winnen, en deze kanswaarden dus eigenlijk totaal irrelevant voor dit spel.

In deze tekst zullen we de winstkansen berekenen die wel rekening houden met het te winnen bedrag, en zullen we dus kunnen vaststellen welk aantal aangekruiste getallen kans geven op een zo groot mogelijke winst.

Het spel verloopt als volgt. Uit 70 getallen worden er 20 "winnende" getallen getrokken. Indien een speler op zijn deelnemingsformulier een bepaald aantal getallen heeft aangeduid die ook op de lijst van de 20 "winnende" getallen voorkomen, verdient hij een bepaald bedrag.

De winsttabel voor een inzet van 1 euro per rooster ziet er uit als volgt:

Winsttabel voor een inzet van 1 euro										
		Aantal aangekruiste getallen								
		10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**
Aantal juiste getallen	**10**	250000								
	9	2000	50000							
	8	200	500	10000						
	7	10	50	100	3000					
	6	4	5	10	30	200				
	5	1	2	4	3	20	150			
	4					4	5	30		
	3					1	2	2	16	
	2							1	1	6,5
	1									
	0	3	3	3	3					
1 kans op …		**7,38**	**9,37**	**10,58**	**9,92**	**4,51**	**7,32**	**3,11**	**5,14**	**12,71**

Indien men 7 getallen heeft aangeduid op het formulier en hiervan komen 5 getallen voor in de lijst van de 20 “winnende” getallen, verdient men 3 euro.
Indien men 3 getallen heeft aangeduid op het formulier en deze komen alle 3 getallen voor in de lijst van de 20 “winnende” getallen, verdient men 16 euro; komen er slechts 2 getallen voor in deze lijst, verdient men slechts 1 euro.
Indien men een voldoende groot aantal getallen (7 of meer) heeft aangekruist en hiervan komt geen enkel getal voor op de lijst, verdient men ook een bedrag van 3 euro.

We berekenen eerst de kans om *p* getallen juist te raden als men er *n* heeft aangekruist.
Stel dat men 6 getallen heeft aangekruist. Hoe groot is dan de kans dat er juist 4 van deze 6 aangekruiste getallen ook voorkomen in de lijst van de 20 “winnende” getallen getrokken uit de 70 getallen. De kans van een gebeurtenis is de verhouding van het aantal “gunstige” gevallen en het aantal “mogelijke” gevallen. Het aantal “mogelijke” gevallen komt overeen met het aantal mogelijkheden om 6 getallen te kiezen uit een totaal van 70 getallen. Dit aantal is gelijk aan C_{70}^{6}. Het aantal “gunstige” mogelijkheden is gelijk aan het aantal mogelijkheden om 4 getallen te kiezen uit de 20 “winnende” getallen en tegelijkertijd 2 getallen te trekken uit de 50 “niet-winnende” getallen. Dit aantal is gelijk aan $C_{20}^{4}.C_{50}^{2}$. De kans is dus gelijk aan $\frac{C_{20}^{4} \cdot C_{50}^{2}}{C_{70}^{6}} = 0,0453$.
In onderstaande tabel vindt u de alle mogelijke kansen. Boven horizontaal staat het aantal aangekruiste getallen. Verticaal staat het aantal “juiste” getallen. Onderaaan horizontaal staat de som van alle kansen voor een bepaald aantal aangekruiste getallen. Daaronder is deze kans uitgedrukt als een omgekeerde breuk “1 kans op …”. Voor 8 aangekruiste getallen is de totale kans om “iets” te winnen gelijk aan 0,0945, wat overeenkomt met 1 kans op 10,58 . Dit “iets” houdt dus helemaal geen rekening met hoeveel men kan winnen.

Kansentabel

		Aantal aangekruiste getallen								
		10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**
Aantal juiste getallen	**10**	0,0000								
	9	0,0000	0,0000							
	8	0,0003	0,0000	0,0000						
	7	0,0038	0,0014	0,0004	0,0000					
	6	0,0225	0,0116	0,0050	0,0016	0,0002				
	5	0,0828	0,0549	0,0321	0,0158	0,0059	0,0012			
	4					0,0452	0,0200	0,0052		
	3					0,1704	0,1153	0,0621	0,0208	
	2							0,2538	0,1735	0,0786
	1									
	0	0,0258	0,0385	0,0568	0,0833					
som kansen		**0,1354**	**0,1066**	**0,0945**	**0,1008**	**0,2218**	**0,1366**	**0,3212**	**0,1943**	**0,0786**
1 kans op …		**7,38**	**9,37**	**10,58**	**9,92**	**4,51**	**7,32**	**3,11**	**5,14**	**12,71**

In de volgende tabel is iedere kans vermenigvuldigd met het overeenkomstige bedrag dat kan gewonnen worden bij een inzet van 1 euro .

Winsttabel										
		Aantal aangekruiste getallen								
		10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**
Aantal juiste getallen	**10**	0,1164								
	9	0,0423	0,1291							
	8	0,0778	0,0484	0,1334						
	7	0,0383	0,0730	0,0411	0,1940					
	6	0,0900	0,0584	0,0503	0,0485	0,0591				
	5	0,0828	0,1098	0,1288	0,0475	0,1182	0,1922			
	4					0,1811	0,1001	0,1585		
	3					0,1704	0,2308	0,1243	0,3332	
	2							0,2538	0,1735	0,5114
	1									
	0	0,0777	0,1156	0,1706	0,2500					
Winst per euro		**0,5254**	**0,5344**	**0,5242**	**0,5400**	**0,5288**	**0,5230**	**0,5367**	**0,5068**	**0,5114**

In de laatste rij worden deze winstgetallen per kolom opgeteld. Deze som in de kolom voor *n* aangekruiste getallen geeft dan het gemiddelde bedrag weer dat we met een inzet van 1 euro kunnen winnen als we *n* getallen aankruisen. In vaktaal spreken we van de verwachtingswaarde van de stochast die het aantal correct geraden getallen afbeeldt op de return bij een inzet van 1 euro.

En nu zien we dat de winstbedragen zo zijn gekozen dat de gemiddelde winst, de verwachtingswaarde van deze stochast dus, ongeveer gelijk is, ongeacht hoeveel getallen men heeft aangekruist. Per inzet van 1 euro wint men dus gemiddeld iets meer dan 0,5 euro. Toch zijn er kleine verschillen. Het nadeligst is het om met 3, en in mindere mate om met 2 getallen te spelen. En met 7 getallen spelen is dus het voordeligst.